Üniversitesi : İstanbul Kültür Üniversitesi

Enstitüsü : Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Anabilim Dalı : Matematik ve Bilgisayar Bilimleri

Programı : Matematik ve Bilgisayar Bilimleri

Tez Danışmanı : Dr. Öğr. Üyesi Uğur GÖNÜLLÜ

Tez Türü ve Tarihi : Yüksek Lisans - Ocak 2021

ÖZET

KÜÇÜK KOMÜTATÖRLERDEN ORTAK İNVARYANT ALTUZAYLAR

İliyana GARGARİDİ

$\mathcal{A}$ **ve** $\mathcal{B}$, $n \times n$**'lik kompleks matris cebirleri öyle ki her** $A \in \mathcal{A}$ **ve** $B \in \mathcal{B}$ **için** $[A, B] = AB - BA$ **komütatörü "*küçük*" olmak üzere** $\mathcal{A}$ **ve** $\mathcal{B}$ **cebirlerinin ortak aşikar olmayan invaryant altuzayı var mı? Bu soru "*neredeyse-komütatif*" cebirler ve daha genel olarak yarı-grupların yapısını çalışan bazı makalelerden motive edilmiştir. Basit bir örnekle sorunun cevabının hayır olduğunu görülebilir:** $\mathcal{B}$ **cebiri** $\mathcal{A}$ **cebirinin** $\mathcal{A}'$ **komütantına eşit ise bu iki cebir bir invaryant altuzay paylaşmaz. Böyle bütün cebirleri karakterize ederiz:** $\mathcal{A}$ **matris cebiri komütantı ile ortak invaryant altuzay sahip değilse bir tam matris cebirinin genişlemesine benzerdir. Böylece her** $A \in \mathcal{A}$ **ve** $B \in \mathcal{B}$ **için** $\mathrm{rank}[A, B] \leq 1$ **ve bunlar içinden bire ulaşan varsa** $\mathcal{A}$ **ve** $\mathcal{B}$ **cebirlerinin ortak invaryant altuzayı varlığını gösteririz. Ayrıca,** $[A, B]$**'nin nilpotent olmasının yanı sıra matris lineer uzayları hakkında bazı kısmi sonuç tartışılmıştır.**

Anahtar Kelimeler: Matris cebiri, Komütatör, Rank, İnvaryant Alt-Uzay

University : İstanbul Kültür University

Institute : Institute of Graduate Education

Science Programme : Mathematics and Computer Science

Programme : Mathematics and Computer Science

Supervisor : Assist.Prof.Dr. Uğur GÖNÜLLÜ

Degree Awarded and Date : M.S. - January 2021

ABSTRACT

COMMON INVARYANT SUBSPACES FROM SMALL COMUTATORS

İliyana GARGARİDİ

Supppose that $\mathcal{A}$ and $\mathcal{B}$ are two algebras of complex $n \times n$ matrices such that the ring commutator $[A, B] = AB - BA$ is "small" for each $A \in \mathcal{A}$ and $B \in \mathcal{B}$; does this imply that $\mathcal{A}$ and $\mathcal{B}$ have common non-trivial invariant subspace? This question is motivated by a series of papers studying the structure of "almost-commutative" algebras and, more generally, semigroups. A simple example shows that, in general, the answer is no: it may happen that the algebra $\mathcal{B}$ is equal to the commutator $\mathcal{A}'$ of $\mathcal{A}$ and the two algebras do not share an invariant subspace. We characterize all such algebras: if a matrix algebra $\mathcal{A}$ does not share invariant subspaces with commutant, then it must be similar to an amplification of a full matrix algebra. Then, we show that if $\mathcal{A}$ and $\mathcal{B}$ are two algebras such that $\operatorname{rank}[A, B] \leq 1$ for all $A \in \mathcal{A}$ and $B \in \mathcal{B}$ and the rank-one is achieved, then $\mathcal{A}$ and $\mathcal{B}$ have a common invariant subspaces. A number of partial results about linear spaces of matrices, as well as the condition that $[A, B]$ is always nilpotent, are also discussed.

Keywords: Matrix algebra, Commutator, Rank, Invaryant Subspace