

ABSTRACT

This study which examines codes over \mathbb{Z}_4 consists of six chapters.

Chapter 1 contains an introduction to coding theory.

In Chapter 2 the weight enumerators, which are closely related with codes over \mathbb{Z}_4 are defined and the MacWilliams theorem is given.

Chapter 3 offers a general discussion of the extended binary Golay code and the Nordstrom-Robinson code. Further, the hexacode and the MOG (Miracle Octad Generator) are discussed and their relationship to the extended binary Golay code is explained.

Codes over \mathbb{Z}_4 are more generally studied in Chapter 4. In this chapter linear codes over \mathbb{Z}_4 , their duals, and their images as binary codes under the Gray map are discussed. Necessary and sufficient conditions are given for a binary code to be the image of a linear code over \mathbb{Z}_4 . It is shown that the extended binary Golay code does not satisfy these conditions. Further, linear codes over \mathbb{Z}_4 can be stated as a representation of pairs of binary linear codes. The image of the octacode under the Gray map is considered.

In Chapter 5 the classification of all self-dual codes over \mathbb{Z}_4 of length $n \leq 8$ and self-orthogonal codes over \mathbb{Z}_4 that are generated by words of type $\pm 1^4 0^{n-4}$ are considered. Further, the construction of the generator matrices of self-dual codes over \mathbb{Z}_4 of length $2n$ has been illustrated by the skew Hadamard matrices.

In Chapter 6 Type II and Type IV codes over \mathbb{Z}_4 are discussed. The classification of Type II codes over \mathbb{Z}_4 of length 16 are explained. Further, the characterization of Type IV codes over \mathbb{Z}_4 are explained and the classification of these codes are described.

Keywords : Linear codes over \mathbb{Z}_4 , weight enumerators, MacWilliams theorem, extended binary Golay code, Nordstrom-Robinson code, Gray map, octacode, skew Hadamard matrices, Type II and Type IV codes.

ÖZET

\mathbb{Z}_4 üzerinde kodların ele alındığı bu çalışma altı bölümden oluşmaktadır.

Bölüm 1’de kodlar teorisine bir giriş yapılmıştır.

Bölüm 2’de \mathbb{Z}_4 üzerinde kodlarla yakından ilgili olan ağırlık sayaçları, genel olarak kodlar için tanımlanmış ve MacWilliams teoremi verilmiştir.

Bölüm 3’te genişletilmiş ikili (binary) Golay kodu ve Nordstrom-Robinson kodu hakkında genel bilgi verilmiştir. Ayrıca, hexakod ve MOG’dan (Mucize Sekizli Üreteç) söz edilmiş ve bunların, genişletilmiş ikili Golay kod ile ilişkisi anlatılmıştır.

\mathbb{Z}_4 üzerinde kodlar, daha genel olarak Bölüm 4’te incelenmiştir. Bu bölümde, \mathbb{Z}_4 üzerinde lineer kodlar, onların dualleri ve bu kodların Gray tasviri altındaki görüntüleri olan ikili (binary) kodlar ele alınmıştır. İkili bir kodun, \mathbb{Z}_4 üzerinde lineer bir kodun görüntüsü olabilmesi için gerek ve yeter koşullar verilmiştir. Genişletilmiş ikili Golay kodun bu koşulları gerçekleştirmediği gösterilmiştir. Ayrıca, \mathbb{Z}_4 üzerinde lineer kodların, ikili lineer kod çiftlerinin bir gösterimi olarak ifade edilebileceğinden söz edilmiştir. Octakodun, Gray tasviri altındaki görüntüsü ele alınmıştır.

Bölüm 5’te \mathbb{Z}_4 üzerinde uzunluğu $n \leq 8$ olan tüm self-dual kodlar ve tipi $\pm 1^4 0^{n-4}$ olan sözcükler tarafından üretilen \mathbb{Z}_4 üzerinde self-ortogonal kodların sınıflandırılması üzerinde durulmuştur. Ayrıca, \mathbb{Z}_4 üzerinde uzunluğu $2n$ olan self-dual kodların üreteç matrislerinin, çarpık (skew) Hadamard matrisleri ile kurulumu verilmiştir.

Bölüm 6’da \mathbb{Z}_4 üzerinde Tip (Type) II ve Tip (Type) IV kodları ele alınmıştır. \mathbb{Z}_4 üzerinde 16 uzunluklu Tip II kodların sınıflandırılması anlatılmıştır. Ayrıca, \mathbb{Z}_4 üzerinde Tip IV kodlarının karakterizasyonundan söz edilmiş ve bu kodların sınıflandırılması anlatılmıştır.

Anahtar kelimeler : \mathbb{Z}_4 üzerinde lineer kodlar, ağırlık sayaçları, MacWilliams teoremi, genişletilmiş ikili (binary) Golay kodu, Nordstrom-Robinson kodu, hexakod, MOG, Gray tasviri, octakod, çarpık (skew) Hadamard matrisleri, Tip II ve Tip IV kodları.