ÖZET

İntegral hesapta eliptik integraller, bir elips yay uzunluğunun hesaplanması problemiyle ortaya çıkmış ve ilk olarak Giulio Fagnano ve Leonhard Euler tarafından incelenmiştir.

Modern tanımıyla bir eliptik integral, R iki değişkenli rasyonel bir fonksiyon P üçüncü ya da dördüncü dereceden katlı kökü olmayan bir polinomun karekökü ve c bir sabit olmak üzere

$$f(x) = \int_c^x R(t, P(t))dt$$

biçiminde ifade edilebilen bir f fonksiyonudur.

Genel olarak eliptik integraller elemanter fonksiyonlar cinsinden ifade edilemezler. Bu durumun istisnaları P polinomunun katlı kökünün olması ya da $R(x,y)$ fonksiyonunun y değişkeninin tek kuvvetlerini içerdiği hallerdir. Buna karşın indirgeme formülleriyle her eliptik integral rasyonel fonksiyonların ve birinci, ikinci, üçüncü tür eliptik integraller olarak adlandırılan üç kanonik formun integralleri biçiminde ifade edilebilir.

Bu formlar dışında eliptik integraller "Legendre Formu" ve "Carlson Simetrik Formu" adı verilen biçimlerde de ifade edilebilirler. Belirsiz integral hakkında detaylı bilgi ise Schwarz-Christoffel dönüşümü incelenerek elde edilebilir.

Bu çalışmanın ilk bölümünde eliptik integrallerin tanımı ve şekilleri verilmiştir. İkinci bölüm ise eliptik integraller ve eliptik fonksiyonlar ile ilgili problemlerin çözümlerini içermekte olup üçüncü bölümde çift periyotlu fonksiyonlar ve bunların özellikleri incelenmiştir. Son bölümde ise elipste yalınkat fonksiyonlarla ilgili bir çalışma yer almaktadır.

SUMMARY

In integral calculus, elliptic integrals originally arose in connection with the problem of giving the arc length of an ellipse and were first studied by Giulio Fagnano and Leonhard Euler.

In the modern definition, an elliptic integral is any function f which can be expressed in the form

$$f(x) = \int_{c}^{x} R(t, P(t))dt$$

where R is a rational function of its two arguments, P is the square root of a polynomial of degree 3 or 4 (a cubic or quartic) with no repeated roots, and c is a constant.

In general, elliptic integrals cannot be expressed in terms of elementary functions; exceptions to this are when P does have repeated roots, or when $R(x,y)$ contains no odd powers of y. However, with appropriate reduction formula, every elliptic integral can be brought into a form that involves integrals over rational functions, and the three canonical forms (i.e. the elliptic integrals of the first, second and third kind).

Besides the forms given below, the elliptic integrals may also be expressed in Legendre form and Carlson symmetric form. Additional insight into the theory of the indefinite integral may be gained through the study of the Schwarz-Christoffel mapping.

The first part of this work contains of the definitions and form of elliptic integrals. The second part contains the solutions of problems on elliptic integrals and the third part includes doubly-periodic functions and their properties. The last part of the present work is devoted to a study on univalent on univalent functions in the ellipse.