ÖZET

Rangı r olan herhangi bir L_r Lie cebrinin $W(L_r)$ Weyl grubunun mertebesi d olmak üzere, **Weyl Karakter Formülü**'nü (W.K.F.),

$$P \equiv a(1) + a(2) + \cdots + a(d) \quad \text{ve} \quad Q \equiv b(1) + b(2) + \cdots + b(d)$$

şeklindeki iki polinomun $\left(\dfrac{P}{Q}\right)$ oranı olarak yazabiliriz. $a(k)$ ve $b(k)$'ların her biri Weyl yansımalarıyla elde edilen $W(L_r)$'nin birer elemanıdırlar. Bu çalışmamızda, öncelikle Lie cebirleri ve bazı temel özelliklerinden kısaca bahsedilecek, daha sonra da yukarıdaki terimlerin Weyl yansımalarına gerek duyulmaksızın elde edilebileceğini gösterilecektir. Bu nedenle aşağıdaki gözlemin yapılması gerekmektedir:

Aralarındaki skaler çarpımlarla, ters Cartan matrisini teşkil eden ve r tane λ_i ağırlık vektöründen oluşan (i= 1,2,..., r) bir cümle bulunmaktadır. Bu vektörlere L_r'nin *temel baskın ağırlıkları* adı verilir. Aynı koşulu sağlayan, r tane ağırlık vektöründen oluşan başka cümlelerin de bulunduğunu ve bu cümlelerin sayısının $W(L_r)$ Weyl grubunun mertebesine (d) eşit olduğu gözlemlenmiştir. Bu cümlelerin hepsi elde edildikten sonra, bir indirgenemez temsilin karakterinin Weyl grubu toplamlarını kullanmaksızın hesaplanabileceğini gösterilecektir.

Son olarak, tüm bu yeni yöntemlerin bir uygulaması D_4 Lie cebri örneği üzerinde yapılacaktır.

SUMMARY

The Weyl Character Formula can be expressed in the form of the ratio $\left(\dfrac{P}{Q}\right)$ of two polynomials,

$$P \equiv a(1) + a(2) + \cdots + a(d) \quad \text{and} \quad Q \equiv b(1) + b(2) + \cdots + b(d),$$

where d is the order of the Weyl group $W(L_r)$ for any Lie algebra L_r of rank r. Here, each of the $a(k)$'s and $b(k)$'s is an element of $W(Lr)$ obtained by Weyl reflections. In this study, first Lie algebras and their basic properties will be introduced briefly and then, it will be shown that the above terms can be obtained without referring to Weyl reflections. Therefore, the below observation is necessary.

The inverse Cartan matrix of L_r is formed by the scalar product of a set of weight vectors $\lambda_i (i = 1,2,...,r)$ which are called "fundamental dominant weights". It is observed that there are some other sets consisting of r weight vectors which fulfill the same condition, and the number of these sets is equal to the order (d) of the Weyl group $W(Lr)$ of the Lie algebra L_r. After determining all these sets of weights, it will be shown that the character of an irreducible representation can be calculated without referring to Weyl groups.

Finally, all these new methods will be applied on the example of the Lie algebra D_4.